

TRABAJO PRÁCTICO Nº 4: LÍMITES

Actividad Nº 1: Completar las tablas de valores y el valor del límite en cada caso.

x	$y = x^2 - 2x + 1$
-2,9	
-2,99	
-2,9999	
-3,0001	
-3,01	
-3,1	

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 2x + 1 =$$

x	$y = \frac{1}{-x-1}$
-0,9	
-0,99	
-0,9999	
-1,0001	
-1,01	
-1,1	

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{-x-1} =$$

x	$y = \frac{-x^2 + x}{x-1}$
0,9	
0,99	
0,9999	
1,0001	
1,01	
1,2	

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 + x}{x-1} =$$

Actividad Nº 2: Aplicando la definición de límite, demostrar: $\lim_{x \rightarrow 3} (4x + 3) = 15$

Actividad Nº 3: Dada la siguiente función, hallar:

- a) Gráfica. b) Límite para $x \rightarrow a$. c) Verdadero valor de la función en $x = a$

$$f(x) = \frac{3x^2 - 12}{x - 2} \quad \text{en } a = 2$$

Actividad Nº 4: Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} 3x^2 - 2x + 3 =$	h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+9}}{x+9} =$
b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3+4x^2-2x-4}{x^2+2x-3} =$	i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x(x+a)} - x =$
c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{2x^2+2x-12} =$	j) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x}{x^2-3x+2} - \frac{3}{x-2} \right) =$
d) $\lim_{m \rightarrow 1} \frac{m^2-\sqrt{m}}{m-1} =$	k) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{x-1} =$
e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}} =$	l) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{2x+2} =$
f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5-3x^2}{x^2-3x-2} =$	m) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{sen} x)^{1/x} =$
g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{15x^2+6x} =$	n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{sen}(3x)}{\operatorname{tg}^3(2x)} =$
	ñ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^4\left(\frac{1}{2}x\right) \operatorname{tg}(4x)}{\operatorname{sen}(8x) \operatorname{tg}^4(\sqrt{2}x)} =$

Actividad Nº 5: A partir del siguiente gráfico de $y = f(x)$, completar:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

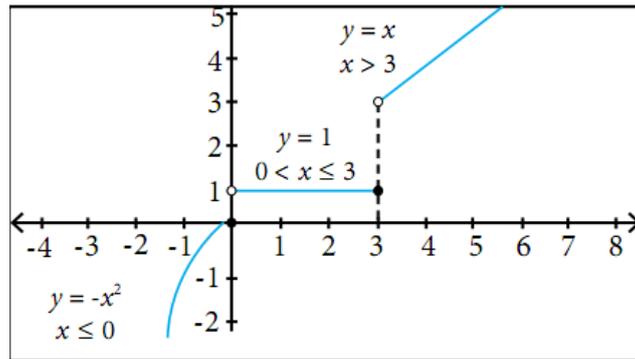
b) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$

e) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$

f) $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 50$, determina "c".



Actividad Nº 6: Graficar la función: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Calcular los siguientes límites: a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ b) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$ c) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$

d) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$ e) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$ f) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$ g) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

Situación problemática 1: El crecimiento de una población animal está dado por la siguiente ecuación: $f(x) = \frac{10}{5 + 6e^{-2x}}$

a) ¿Cuál es la población inicial, en miles, de los animales?

b) ¿Se estabilizará la población animal con el paso del tiempo?

Situación problemática 2: En cierta empresa la curva de producción está dada por la siguiente fórmula: $f(t) = 100 - 60 \cdot e^{-0,2t}$

a) Determinar el número de unidades producidas al momento en que un operario ingresa a trabajar.

b) Determinar el número de unidades producidas después de 12 hs. de aprendizaje.

Actividad Nº 7: Determinar las asíntotas de las siguientes funciones, por definición. Graficar:

a) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Actividad Nº 1: Hallar los límites laterales de la siguiente función y determinar si existe el límite en el punto:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } 1 < x < 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= & \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= & \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= & \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= & \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \end{aligned}$$

Actividad Nº 2: Aplicando la definición de límite demostrar: $\lim_{x \rightarrow 3} (4x - 1) = 11$

Actividad Nº 3: Calcular los siguientes límites:

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} &= & \text{b) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 5x + 6} &= & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - x^2 - 4x + 4} &= \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{x^2-1} \right)^{x+1} &= & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x-2} &= & \text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x + 9}{-5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1} &= \\ \text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} &= & \text{h) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49} &= & \text{i) } \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x) &= \end{aligned}$$

$$\text{j) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}} \right) =$$

Actividad Nº 4: Hallar los límites laterales de las siguientes funciones y decidir si existe el límite.

$$g(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 2x + 5 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$$

Actividad Nº 5: Aplicando definición, determinar las asíntotas de las siguientes funciones y graficarlas:

$$\text{a) } f(x) = \frac{2x - 3}{x + 1} \quad \text{b) } f(t) = \frac{t^3 - 1}{t^2 - 1} \quad \text{c) } f(x) = \frac{1}{x^2 - 1} \quad \text{d) } f(x) = \frac{-3x}{x^2 + 3}$$