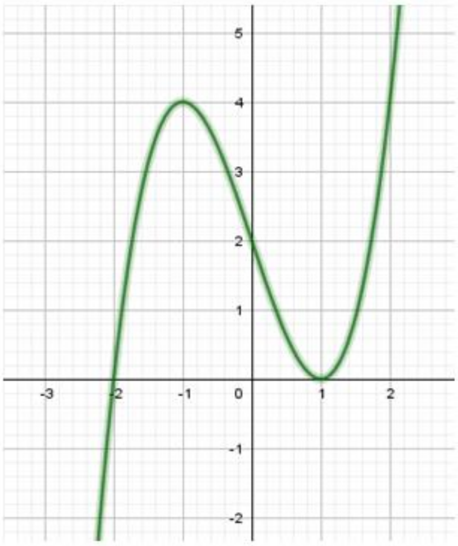
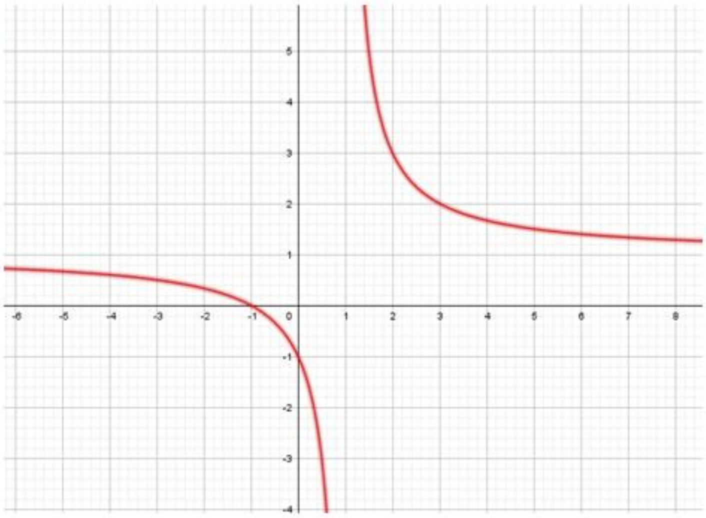
TRABAJO PRÁCTICO Nº 7: APLICACIONES DEL CÁLCULO DIFERENCIAL

Actividad N° 1: Dados los siguientes gráficos, reconocer y marcar los siguientes elementos:
a) Dominio e Imagen.
b) Asíntotas: verticales, horizontales y oblicuas, si existen.
c) Puntos de discontinuidad, y clasificar.
d) Puntos máximos y mínimos.
e) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
f) Puntos de inflexión.
g) Intervalos de concavidad y convexidad.

I)



II)



Actividad N° 2: Dadas las siguientes funciones, determinar:
a) Dominio e Imagen.
b) Intersección con los ejes coordenados.
c) Puntos de discontinuidad.
d) Asíntotas.
e) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
f) Extremos relativos.
g) Intervalos de concavidad y convexidad.
h) Puntos de Inflexión.

i. $f(x) = \frac{1}{4}\, x^4 - \, x^3$ i. $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ i. $f(x) = \frac{3x^2-12}{x^2+x-2}$

AUTO EVALUACIÓN: Dada la función: $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+1}{x^2-4} & \text{si} \quad x \neq 2 \\ 2 & \text{si} \quad x = 2 \end{cases}$

a) Determinar coordenadas y tipos de extremos relativos.
b) Analizar intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) Determinar coordenadas de puntos de inflexión.
d) Obtener la ecuación de la recta tangente a la función dada, que pasa por x = 3.
e) Graficar la función y la recta obtenida.

Situación problemática 1: determine el valor de los coeficientes $a\ y\ b$ en $f(x) = ax^3 + bx^2 + x$ sabiendo que la función tiene un máximo en $x = 1$ y que $f(1) = 2$.

Situación problemática 2: calcular los coeficientes $a, b\ y\ c$ en $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ sabiendo que (1; 2) es mínimo y en $x = 3$ hay punto de inflexión.

PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

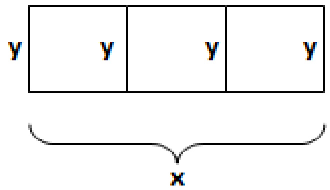
Situación problemática 1: Se desea construir una caja sin tapa con una lámina rectangular de 16 cm de largo y 24 cm de ancho ¿Cuál es la medida del lado del cuadrado que debe cortarse en cada esquina para que sea máximo el volumen de la caja? ¿Cuál es el valor de dicho volumen **máximo**?

Situación problemática 2: Una ventana tiene forma rectangular, coronado por un triángulo equilátero. Encuentre las dimensiones del rectángulo para que la ventana permita la **máxima** entrada de luz si el perímetro de la misma debe ser de 12 metros.

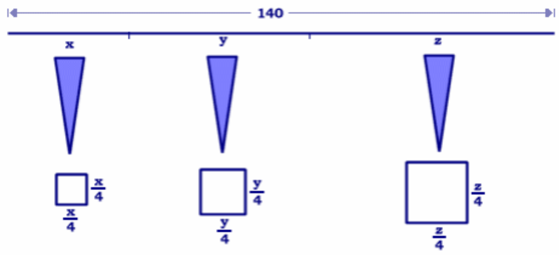
Situación problemática 3: Se pretende fabricar una lata de conserva cilíndrica (con tapa) de 1 litro de capacidad. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para que se utilice el **mínimo** posible de metal?

Situación problemática 4: Descomponer el número 44 en dos sumandos tales que el quíntuplo del cuadrado del primero más el séxtuplo del cuadrado del segundo sea un **mínimo**.

Situación problemática 5: Un jardinero dispone de 160 metros de alambre que va a utilizar para cercar una zona rectangular y dividirla en tres partes. Las alambradas de las divisiones deben quedar paralelas a uno de los lados del rectángulo. ¿Qué dimensiones debe tener la zona cercada para que su área sea la **mayor posible**?



Situación problemática 6: Se dispone de un hilo metálico de longitud 140 metros. Se quiere dividir dicho hilo en tres trozos de forma que uno de ellos tenga longitud doble de otro y tal que al construir con cada uno de ellos un cuadrado, la suma de las áreas de los tres cuadrados sea mínima. Encontrar la longitud de cada trozo.

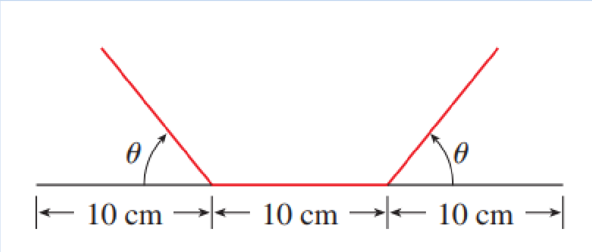


AUTO EVALUACIÓN:

Situación Problemática 1: Un trozo de alambre de 10 m de largo se corta en dos partes. Una se dobla para formar un cuadrado y la otra para formar un triángulo equilátero. ***¿Cómo debe cortarse el alambre de modo que el área total encerrada sea (a) máxima, y (b) mínima.***

Situación problemática 2: Se va a construir un canal para el agua de lluvia a partir de una lámina de metal de 30 cm de ancho doblando hacia arriba una tercera parte de la lámina en cada lado a través de un ángulo θ.

¿Cómo debe elegirse θ de manera que el canal conduzca la mayor cantidad de agua?



ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Actividad Nº 1: Dada la función: $f(x) = 5x - x^5$

a) Determinar coordenadas y extremos relativos
b) Indicar coordenadas de puntos de inflexión
c) Indicar intervalos de concavidad
d) Obtener la ecuación de la recta tangente a la función dada, que pasa por x = 2
e) Graficar la función y la recta obtenida

Actividad Nº 2: Dada la función $f(x) = \frac{x^2-3}{x-2}$

a) Determinar coordenadas y extremos relativos.
b) Analizar intervalos de crecimiento y decrecimeinto.
c) Determina coordenadas de puntos de inflexión.
d) Graficar la función y la recta obtenida.

Actividad Nº 3: Dada la función $f(x) = (x+1)^3$

a) Determinar coordenadas y extremos relativos
b) Analizar coordenadas de puntos de inflexión
c) Determinar intervalos de concavidad
d) Obtener la ecuación de la recta normal a la función dada, que pasa por x = -2
e) Graficar la función y la recta obtenida.

Actividad Nº 4: ***Situaciones problemáticas de optimización***

I) Determinar cuándo es mínima la suma de un número "x" más el cuadrado de su recíproco.

II) Dividir un número positivo en dos sumandos de tal forma que su producto sea el mayor posible.

III) El interior de una caja de base cuadrada, sin tapa, debe ser forrado con papel. si el volumen de la caja es de 4000 cm^3 ¿cuáles deben ser sus dimensiones (altura de la caja y ancho de su base) para que el gasto de papel sea mínimo?

IV) Hay que cercar una superficie rectangular con tela metálica por tres lados, lindante el cuarto lado con una pared.- ¿Qué medidas deben tener los lados para que la superficie sea máxima, si se cuentan con 50 metros lineales de tela?

V) Determinar el valor de los números ***x*** e ***y*** que verifican simultáneamente las siguientes condiciones:

a) El doble de la suma entre el duplo de uno de ellos y el otro iguala al quíntuplo de la potencia quinta de 2;

b) El producto entre ambos números resulta el máximo posible

VI) Una ventana tiene la forma de un rectángulo con un semicírculo encima, cuyo diámetro es igual a la base del rectángulo.- Si el perímetro total de la ventana es 2, hallar las dimensiones para que su área sea máxima.

VII) Una página se escribe con texto de área 34 cm^2, dejando arriba y abajo márgenes de ancho 2cm y lateralmente márgenes de ancho de 3 cm.- ¿Cuál es el tamaño de la hoja más económico?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 8: REGLA DE L' HÔPITAL

Actividad N° 1: Evaluar los siguientes límites aplicando la Regla de L'Hôpital cuando corresponda:

a- $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{3.\cos x}{2x-\pi}\right)$ b- $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x}{\tan x}\right)$ c- $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{e^{3x+2}}{x^2}\right)$

d- $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{4}{x^2}-\frac{2}{1-\cos x}\right)$ e- $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)}-\frac{1}{x}\right)$ f- $\lim\limits_{x\to 0^+}(x.\ln x)$

g- $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2.e^x)$ h- $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$ i- $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)^{\ln x}$

j- $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\right)^{sen\,x}$ k- $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(tg\,x-1).\sec 2x$ l- $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{sen\,3x}{x-\frac{3}{2}\,sen\,2x}\right)$

Actividad N° 2: De ser posible determinar la convergencia de la sucesión $(\boldsymbol{a_n})=\left(\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{2^n}}\right)$

AUTO EVALUACIÓN: Dada la función: $f(x)=\begin{cases}\frac{log(1+x)}{x} & si\quad x>0\\ x^2+bx+c & si\quad x\le 0\end{cases}$

a) Obtener c para que $f_{(x)}$ para que sea continua en $x=0$.
b) Obtener b para que $f_{(x)}$ para que sea derivable en $x=0$.
c) Comprobar lo anterior dicha función graficando con una app.

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Actividad Nº 1: Calcular los siguientes límites aplicando Regla de L'Hôpital y reducir el resultado:

$a)\,\underset{x\to\infty}{lím}\left(1+\frac{1}{4x}\right)^{3x}$ $b)\,\underset{x\to 0}{lím}\frac{\left(x+2\sqrt{senx}\right)^2}{x}=$ $c)\,\underset{x\to\infty}{lím}\frac{x}{ln^3 x+2x}=$

$d)\,\underset{x\to 0}{lím}\frac{\sqrt{1+x}-1-\frac{x}{2}}{x^2}$ $e)\,\underset{x\to\infty}{lím}x^3e^{-x}$ $f)\,\underset{x\to\infty}{lím}\left(\frac{ln\,x}{\sqrt[3]{x}}\right)$ $g)\,\underset{x\to 0}{lím}(1-2x)^{\frac{1}{x}}$