ANÁLISIS MATEMÁTICO I



ENCUENTRO PRESENCIAL N° 3 - LIMITE Y CONTINUIDAD

Actividad 1: Defina de manera simbólica los siguientes conceptos:

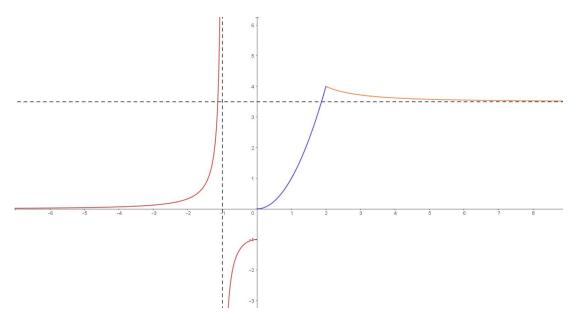
a.
$$\lim_{x \to a} f(x) = l.$$

b.
$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$
.

c.
$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

d.
$$\lim_{x \to a} f(x) = \nexists$$
.

Actividad 2: Dado el siguiente gráfico, observe y determine los conceptos anteriores, ubicando en el mismo, los elementos de cada una de las definiciones:



Actividad 3: Observe el gráfico y complete los siguientes ítems.

$$a. \quad \lim_{x \to -1^+} f(x) =$$

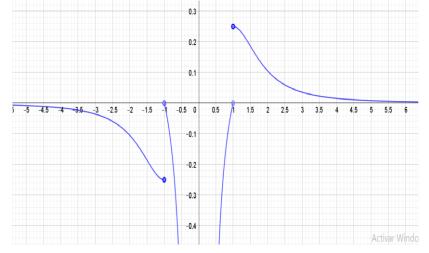
$$b. \quad \lim_{x \to -1} f(x) =$$

$$c. \quad \lim_{x \to -2} f(x) =$$

$$d. \quad \lim_{x \to 1^{-}} f(x) =$$

e.
$$f(1) =$$

f. Puntos donde hay Disc. Evitable:



$$g. \quad \lim_{x \to 0} f(x) =$$

$$h. \quad \lim_{x \to 2} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) =$$

$$j. \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) =$$

k.
$$f(0) =$$

I. Puntos donde hay disc. Inevitable:

Actividad 4: Responda los siguientes conceptos.

- a. Enuncie 3 propiedades de los límites.
- b. ¿Qué se entiende por el concepto de indeterminación?
- c. Describa cuales son las indeterminaciones que se puedan presentar en el trabajo del límite y cuáles son los métodos a utilizar para salvar dichas indeterminaciones. De un ejemplo de cada uno.

Actividad 5: Determine los siguientes límites de manera algebraica:

a.
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} =$$

b.
$$\lim_{x \to 2^+} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-4} =$$

c.
$$\lim_{x \to -1} \frac{2 - \sqrt{-x + 3}}{\sqrt{1 + x}} =$$

d.
$$\lim_{x\to 0} \frac{sen^3(2x)-x}{tg^2(3x)+\sqrt{x}} =$$

e.
$$\lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2 + 2} - x \right) =$$

a.
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} =$$
b. $\lim_{x \to 2^+} \frac{\sqrt{x - 2}}{x^2 - 4} =$
c. $\lim_{x \to -1} \frac{2 - \sqrt{-x + 3}}{\sqrt{1 + x}} =$
d. $\lim_{x \to 0} \frac{sen^3(2x) - x}{tg^2(3x) + \sqrt{x}} =$
e. $\lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2 + 2} - x \right) =$
f. $\lim_{x \to 1} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{x}{x^2 - 1} \right) =$

Actividad 6: El estudio de las indeterminaciones $\frac{\infty}{\infty}$ y 1^{∞} quedará a cargo del estudiante.

Para cada una de las funciones, estudiar lim:

a.
$$\frac{\sqrt[3]{9x^8+6x^3-3}}{2x^3-x^2+9x} =$$

$$b. \quad \frac{\sqrt[3]{8x^9 + 6x^6 - 3}}{\sqrt{16x^6 + 6x^3 - 3x^2}} =$$

a.
$$\frac{\sqrt[3]{9x^8 + 6x^3 - 3}}{2x^3 - x^2 + 9x} =$$
 b. $\frac{\sqrt[3]{8x^9 + 6x^6 - 3}}{\sqrt{16x^6 + 6x^3 - 3x^2}} =$ c. $\frac{\sqrt[3]{8x^9 + 6x^6 - 3}}{2x^3 + \sqrt{16x^6 + 6x^2}} =$

d.
$$\frac{3x \cdot \sqrt[3]{8x^9 + 6x^6 - 3}}{\sqrt{16x^6 + 6x^2}} =$$
 e. $\frac{4x^2 \cdot \sqrt[3]{8x^3 + 6x}}{2x^3 + \sqrt{16x^6 + 6x^2}} =$ f. $\left(1 + \frac{2}{3x}\right)^{2x} =$

e.
$$\frac{4x^2 \cdot \sqrt[3]{8x^3 + 6x}}{2x^3 + \sqrt{16x^6 + 6x^2}} =$$

f.
$$\left(1 + \frac{2}{3x}\right)^{2x} =$$

g.
$$\left(1 - \frac{3}{5x}\right)^{2x-1} =$$
 h. $\left(\frac{3x}{3x-1}\right)^{2x} =$ g. $\left(\frac{2x-1}{2x-3}\right)^{3x+2} =$

h.
$$\left(\frac{3x}{3x-1}\right)^{2x} =$$

g.
$$\left(\frac{2x-1}{2x-3}\right)^{3x+2} =$$

Actividad 7: Responda los siguientes conceptos.

- a. Defina continuidad de una función de manera simbólica.
- b. Explique los casos de discontinuidad y esquematice cada uno de ellos.

Actividad 8: Determine, si fuera posible, el valor de "a" para que la función resulte continua.

i.
$$f_{(x)} = \begin{cases} 0.5x^2 - 2x + 1 & si \ x < 0 \\ \frac{a}{\sqrt{1-x}} & si \ x = 0 \\ \frac{\sqrt{1-x}}{x-1} & si \ 0 < x \end{cases}$$
 ii.
$$f_{(x)} = \begin{cases} \frac{x}{1-\sqrt{1-x}} & si \ x < 0 \\ a & si \ x = 0 \\ \frac{sen^2(2x) + 2x}{tg^3(x) - x} & si \ 0 < x < 1 \end{cases}$$

ii.
$$f_{(x)} = \begin{cases} \frac{x}{1 - \sqrt{1 - x}} & si \quad x < 0\\ a & si \quad x = 0\\ \frac{sen^2(2x) + 2x}{tg^3(x) - x} & si \quad 0 < x < 1 \end{cases}$$

iii.
$$f_{(x)} = \begin{cases} \frac{sen(x-1)}{x^2-1} & si \quad x < 1\\ a & si \quad x = 1\\ \frac{\sqrt{2x-1}-1}{2x-2} & si \quad x > 1 \end{cases}$$



Actividad 9: Determine, si fuera posible, el valor de "a" y "para que la función resulte continua:

$$f_{(x)} = \begin{cases} \frac{x+1}{x^3+1} & si & x < -1\\ ax+b & si - 1 \le x \le 1\\ \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} & si & x > 1 \end{cases}$$

Actividad 10: Proponer el trazo de un gráfico que cumpla con las condiciones siguientes:

a.
$$\lim_{x \to 0} f(x) = 1$$

b.
$$f(0) = 2$$

a.
$$\lim_{x \to 0} f(x) = 1$$
 b. $f(0) = \nexists$ c. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ d. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ e. $\lim_{x \to -2} f(x) = \nexists$ f. $Ic = (-2; 0)$ g. $D.E.en x = -1$ h. $D.I.en x = 2$

d.
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

e.
$$\lim_{x \to \infty} f(x) =$$

f.
$$Ic = (-2; 0)$$

g.
$$D.E.en x = -1$$

h.
$$D.I.en x = 2$$

$$f(x)$$
 no es sobreyectiva en $(0;2)$ i. $I^+ = (2;+\infty)$

i.
$$I^+ = (2: +\infty)$$

Referencias:

> Ic: Intervalo de crecimiento.

 \triangleright I^+ : Intervalo de positividad.

> D. I.: Discontinuidad inevitable.

➤ D. I.: Discontinuidad evitable.