ENCUENTRO PRESENCIAL N° 4 – DERIVADA Y DIFERENCIAL

DERIVADAS

Actividad 1:

a. Defina de manera simbólica y explique el concepto de Derivada de una función, realice un esquema donde ubique los elementos mencionados.
b. Explique los conceptos y en qué se diferencian: derivada de una función y derivada de una función en un punto.
c. Enuncie 3 propiedades de la derivada.
d. Enuncie 5 reglas de derivación para funciones del tipo $f(x)$ y para su compuesta $f(u)$.

Actividad 3: Determine aplicando regla de derivación, las derivadas de las siguientes funciones:

a. $y = 4x^{\frac{3}{4}} + 2x^2 - 1$
b. $y = \sqrt{x-1}$
c. $y = \frac{x-1}{x+2}$
d. $y = 2^x$
e. $y = |2x - 4|$
f. $y = ln(2x - 1)$
g. $y = sen(x^2 - 2x)$
h. $y = cos^3(x^2 + 3x)$
i. $y = x^{sen(x)}$

Actividad 4: Dadas las siguientes funciones, realizar:

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x & si \quad x \leq -1 \\ x^2 + 1 & si \quad -1 < x < 1 \\ \dfrac{1}{x-2} & si \quad 1 \leq x \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & si \quad x \leq -1 \\ x^3 + 1 & si \quad -1 < x \leq 1 \\ |x - 3| & si \quad 1 < x \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} |x + 3| & si \quad x \leq 0 \\ 3 - x^2 & si \quad 0 < x \end{cases}$$

a. La gráfica de cada una de ellas.
b. La función derivada de cada una de ellas.
c. La gráfica de la función derivada de cada una.

d. Estudiar la Derivabilidad de cada una en los puntos indicados, de manera analítica y verificar con la gráfica.

- $f(x)$ en los puntos $x_1 = -1;\ x_2 = 0;\ x_3 = 1.$
- $g(x)$ en los puntos $x_1 = -1;\ x_2 = 0;\ x_3 = 3.$
- $h(x)$ en los puntos $x_1 = -3;\ x_2 = 0.$

¿Qué relación puedes establecer con respecto a la Derivabilidad en los puntos indicados, observando la gráfica de dichas derivadas?

Actividad 5: Dada la función:

$$h(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & si \quad x \leq 1 \\ ax + b & si \quad 1 < x \end{cases}$$

a. Determine a y b para que la función resulte derivable en todo el dominio.
b. Determine la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto $x_o = 2$.
c. Determine el o los puntos donde la pendiente de la recta tangente sea paralela a la recta $y = 12x + 15$.

DIFERENCIAL

Actividad 1: Defina de manera simbólica el concepto de diferencial de una función, explique su significado apoyándose en un gráfico.

Actividad 2: Resuelva cada uno de los siguientes problemas:

a. El volumen de un cono circular recto es $V = \frac{\pi . r^3 . h}{3}$ donde ¨r¨ es el radio y ¨h¨ la altura. Hallar de manera aproximada la variación del volumen del cono si:
   i. La altura es de 10 cm y el radio es de 5 cm con un error de 0,1 cm.
   ii. El radio es de 10 cm y si en lugar de utilizar la altura de 15 cm, se utiliza 14,5 cm.

b. El período “T” de un péndulo cuya cuerda tiene una longitud “L” está dado por la expresión $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ donde “g” es la aceleración de la gravedad. Sabiendo que la cuerda mide 0,1 m, determinar de manera aproximada el error que se comete en el período del péndulo si en lugar de utilizar el valor de la gravedad en 10 m/s^2, se utiliza 9,8 m/s^2.

c. Sabiendo que la potencia de un motor monofásico se calcula mediante la expresión $P = V.I.\cos(\alpha)$, determinar de manera aproximada, el error en la medición del voltaje (V) si el amperaje posee una variación de 3,5 a 3 amperes cuando la potencia del motor es de 0,75kw, y cuyo factor de potencia $\cos(\alpha)$ es de 0,9.

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

1) Dadas las funciones : $u(x) = -2x^4 - 3x + 2$ y $v(x) = 3x^2 - 4x$, calcular:
   a) u'(x)
   b) v'(x)
   c) $(e^u)'$
   d) (ln u)´
   e) $\left(v^{3/5}\right)'$
   f) (sen u . ln v)´
   g) (u.v)´
2) De las curvas determinadas por las ecuaciones $y = 5x - 1$, $y = 5x + 3$, $y = x^2 + x$, $y = \frac{1}{3}(15x + 1)$ ¿Cuales tienen la misma pendiente en cualquiera de sus puntos? ¿Cuáles tienen la misma pendiente en $x_0 = 2$?
3) Determinar para que valores de ¨x¨, la pendiente de la recta tangente vale 4 si $f(x) = x^3 + x$
4) Analizar la continuidad y Derivabilidad de la función. Hallar la función derivada:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-3} & si \quad x \leq 4 \\ \dfrac{-1}{x-5} & si \quad 4 < x \leq 6 \\ x - 7 & si \quad x > 6 \end{cases}$$